115年國中教育會考

數學科試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是國中教育會考數學科試題本，試題本採雙面印刷，共 **13** 頁，第一部分有 **25** 題選擇題，第二部分有 **2** 題非選擇題。測驗時間從 **10：30** 到 **11：50**，共 **80** 分鐘。作答開始與結束請聽從監試委員的指示。

注意事項：

1. 試題本的最後一頁附有參考公式可供作答使用。
2. 試題本分兩部分，第一部分為選擇題，第二部分為非選擇題。
3. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
4. 應試時可攜帶三角板、直尺、圓規，但不得攜帶量角器或附量角器功能之文具，如有攜帶附量角器功能之任何文具，應於考試開始前放置於試場前後方。
5. 故意損壞試題本，或於答案卷上挖補、汙損、折疊、作標記、顯示自己身分，均屬違反試場規則行為，依簡章違規處理要點論處。

作答方式：

第一部分選擇題：

1. 作答選擇題時，可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卷上計算。
2. 請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用**2B**鉛筆在答案卷上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為**B**，則將 Ⓑ 選項塗黑、塗滿，即：Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ

第二部分非選擇題：

1. 不必抄題。
2. 請依題意將解答過程及最後結果，用黑色墨水的筆清楚完整地寫在答案卷上相應的欄位內，切勿寫出欄位外。若解答過程使用了題目敘述中沒有出現的符號，則必須說明。如果需畫圖說明時，請用黑色墨水的筆，將圖形畫在該題的欄位內。如需擬草稿，請使用試題本空白處。
3. 更正時請使用修正帶(液)修正後，重新書寫解答過程。

聽到**考試正式開始鐘聲響起後**，請於右側方格內填寫准考證末兩碼，再翻頁作答。

C

1. 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-2y=1 \end{cases}$，得 x 值為何？

(A) -4

(B) -2

(C) 2

(D) 4

$\begin{cases} x+2y=5 & -\ (1) \\ 2x-2y=1 & -\ (2) \end{cases}$，由 $(1)+(2)$ 可得 $3x=6 \Rightarrow x=2$

D

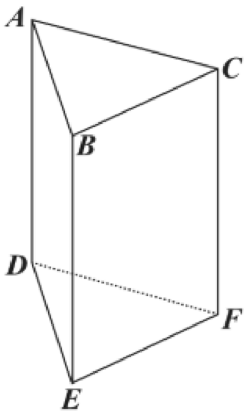
2. 如圖（一），直角柱 $ABCDEF$ 的底面為正三角形，圖中標示各頂點名稱。判斷此角柱中的 $\angle ABC$、$\angle BCF$ 的度數分別為何？

(A) $\angle ABC=90°$，$\angle BCF=90°$

(B) $\angle ABC=60°$，$\angle BCF=60°$

(C) $\angle ABC=90°$，$\angle BCF=60°$

(D) $\angle ABC=60°$，$\angle BCF=90°$



圖（一）

ΔABC 為正三角形 $\Rightarrow \angle ABC=60°$，四邊形 $BCEF$ 為矩形 $\Rightarrow \angle BCF=90°$

C

3. 若 $\sqrt{504}$ 的最簡根式為 $a\sqrt{b}$，則 $a+b$ 之值為何？

(A) 13

(B) 19

(C) 20

(D) 50

$\sqrt{504}=\sqrt{2^3\cdot 3^2\cdot 7}=\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 2\cdot 7}=6\sqrt{14} \Rightarrow a=6,\ b=14$，$\therefore a+b=20$

4. 已知甲袋中有三顆球，球上分別標記 **2**、**3**、**4**；乙袋中有三顆球，球上分別標記 **3**、**4**、**5**。阿翰打算從甲、乙兩袋中各抽出一球，若甲袋中每顆球被抽出的機會相等，乙袋中每顆球被抽出的機會相等，則抽出的兩球上的數字，總和為多少的機率最大？

B

(A) **6**
(B) **7**
(C) **8**
(D) **9**

甲	乙	甲+乙
2	3	5
	4	6
	5	7
3	3	6
	4	7
	5	8
4	3	7
	4	8
	5	9

，其中 7 出現三次，故總和為 7 的機率最大

5. 算式 $2.45\times98.7-(-0.55)\times98.7$ 之值介於下列哪兩個數之間？

C

(A) **150**，**200**
(B) **200**，**250**
(C) **250**，**300**
(D) **300**，**350**

$$2.45\times98.7-(-0.55)\times98.7=98.7\times[2.45-(-0.55)]=98.7\times(2.45+0.55)=98.7\times3=296.1$$

故介於 250~300 之間

6. 小彭的農園將收成的文旦根據每顆的重量分為小果、中果、大果，再根據每顆的品質分為良級、優級、特級，分類後各類別的總重量如表(一)所示。

B

表(一)

	良級	優級	特級	合計
小果	50	180	270	500
中果	20	100	80	200
大果	10	40	50	100
合計	80	320	400	800

(單位:公斤)

因為被分類為良級或大果的文旦不受喜愛，所以小彭僅將其餘的文旦都包裝成禮盒販售，求包裝成禮盒販售的文旦總共有多少公斤？

(A) 620

(B) 630

(C) 700

(D) 720

由題目可知，我們可以挑選的文旦如右表所呈現

故總重量為 180+270+100+80 = 630

	優級	特級
小果	180	270
中果	100	80

7. 計算多項式 $4x^2-3x-5$ 除以 $x+2$ 後，所得商式與餘式兩者之和為何？

A

(A) $4x+6$

(B) $4x+10$

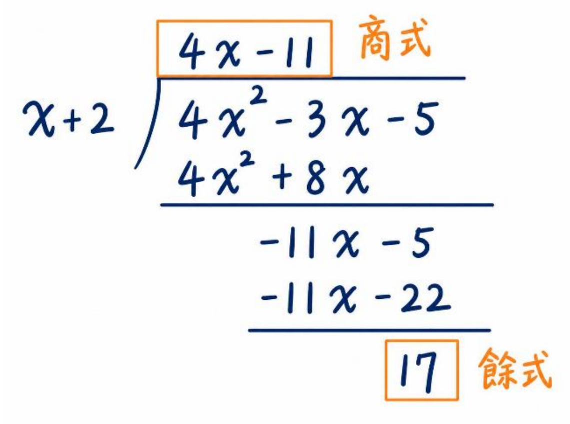
(C) $-7x-5$

(D) $-11x-1$

長除法如右圖所示，

可知商式為 $4x-11$，餘式為 17

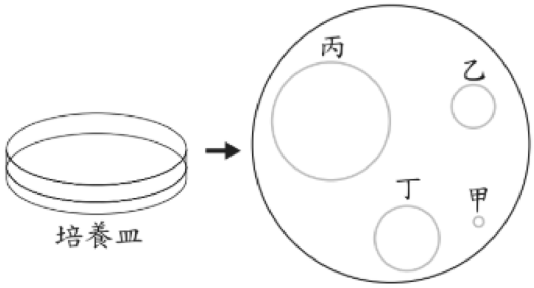
故所求為 $4x+6$



8. 有一培養皿上均勻分布細菌，圖(二)是培養皿與其俯視圖，生物學家在培養皿上選定四個圓形區域，區域面積越大所含細菌數越多。若圖中甲、乙、丙三個區域細菌的數量分別為 $\mathbf{4.4 \times 10^5}$ 個、$\mathbf{7.3 \times 10^6}$ 個、$\mathbf{5.4 \times 10^7}$ 個，則下列何者可能是丁區域細菌的數量？

C

(A) $\mathbf{1.7 \times 10^5}$ 個
(B) $\mathbf{1.7 \times 10^6}$ 個
(C) $\mathbf{1.7 \times 10^7}$ 個
(D) $\mathbf{1.7 \times 10^8}$ 個



圖(二)

∵ 區域面積大小: 丙 > 丁 > 乙 > 甲

∴ 丙的細菌量 > 丁的細菌量 > 乙的細菌量 $\Rightarrow$ $5.4\times10^7 >$ 丁的細菌量 $> 7.3\times10^6$

故只有 (C) 符合

9. 已知一元二次方程式 $\mathbf{2x(x+7)-10(x+7)=0}$ 的兩根為 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，且 $\boldsymbol{a>b}$，求 $\boldsymbol{a+2b}$ 之值為何？

B

(A) $\mathbf{-13}$
(B) $\mathbf{-9}$
(C) $\mathbf{-4}$
(D) $\mathbf{-3}$

$2x(x+7)-10(x+7)=0 \Rightarrow (2x-10)(x+7)=0 \Rightarrow 2(x-5)(x+7)=0$，故兩根為 $5,\ -7$

則 $a=5,\ b=-7$，$\therefore a+2b=-9$

10. 某書店舉辦優惠活動，購買的書原價合計滿 **1100** 元折扣 **200** 元，圖（三）為兄妹兩人的對話情形。

D

圖（三）

根據圖中的對話計算，妹妹要買的書原價為多少元？

(A) **360**

(B) **380**

(C) **460**

(D) **480**

令妹妹買的書價為 x 元，兩人應共付 $720+x-200$ 元，已知哥哥占比 $\dfrac{720}{720+x}$

故可列式 $(520+x)\times\dfrac{720}{720+x}=600 \Rightarrow (520+x)\times 6=5\times(720+x) \Rightarrow 3120+6x=3600+5x$

$\Rightarrow x=480$

11. $A(a)$、$B(b)$、$P(a+b)$ 三點在數線上的位置如圖（四）所示。若要在數線上標示點 $Q(b-a)$，則關於 Q 點的位置，下列敘述何者正確？

A

(A) 在 B 的右邊

(B) 介於 A、B 之間

(C) 介於 P、A 之間

(D) 在 P 的左邊

圖（四）

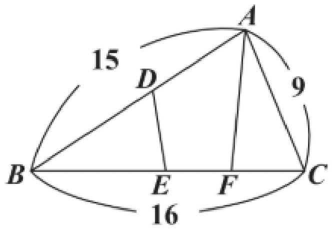
$\because P(a+b)$ 在 $A(a)$ 的左方，可知 $a+b<a \Rightarrow b<0$，故可知原點在 B 的右方

可令 $a=-3$, b$=-1$，$b-a=-1-(-3)=2$，故 $Q(b-a)$ 在 B 的右方

12. ΔABC 的邊上有三點 D、E、F，各點位置如圖（五）所示。若 $\overline{BE}=\overline{AF}$，$\angle BED=\angle AFC$，$\overline{ED}=\overline{FC}$，則根據圖中標示的長度，求四邊形 $ADEF$ 周長為何？

B

(A) 20
(B) 22
(C) 24
(D) 25



圖（五）

$\because \begin{cases} \overline{BE}=\overline{AF} \\ \overline{ED}=\overline{FC} \\ \angle BED=\angle AFC \end{cases}$，$\therefore \Delta BDE\cong ACF$（$SAS$ 全等），故 $\overline{BD}=\overline{AC}=9\Rightarrow\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=6$

故四邊形 $ADEF$ 周長 $=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{AF}=\overline{AD}+\overline{CF}+\overline{EF}+\overline{BE}=\overline{AD}+\overline{BC}=22$

13. 若坐標平面上有一直線 L 與 x 軸平行，且 L 通過點 $(-3,-1)$，則 L 的方程式為何？

D

(A) $x=-3$
(B) $y=-3$
(C) $x=-1$
(D) $y=-1$

$\because L$ 與 x 軸平行 $\therefore$ 可令 $L: y=k$，又 $\because L$ 通過 $(-3,\ -1)$，可知 $L: y=-1$

14. 已知坐標平面上有二次函數 $y=-(x+5)^2-20$ 的圖形，甲、乙兩人提出以下看法：

【甲】此函數圖形上某個點的 y 坐標為 -15

【乙】此函數圖形上某個點的 y 坐標為 25

對於甲、乙兩人的看法，下列判斷何者正確？

B

(A) 甲、乙皆正確

(B) 甲、乙皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確

此二次函數是開口向下的拋物線，其頂點位置為 $(-5,\ -20)$，即此函數最大值為 -20

故不可能會出現 -15 與 25，故兩人皆錯誤

15. 圖(六)有一正六邊形 $ABCDEF$ 與一正 n 邊形的部分圖形，其中 G、E、H、I 為正 n 邊形中連續的四個頂點，F 在 $\overline{GE}$ 上，C、D、H、I 四點共線。求 n 值為何？

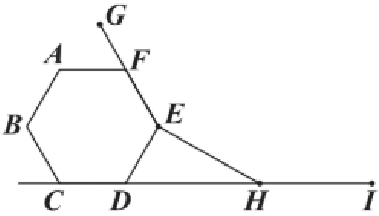
C

(A) 8

(B) 10

(C) 12

(D) 15



圖(六)

$\because$ 正六邊形內角為 $120°$，$\therefore \angle FED=\angle CDE=120°$，$\angle EDH=180°-\angle CDE=60°$

令 $\angle GEH=\angle EHI=x$，可知 $\angle DEH=360°-\angle GEH=240°-x$，$\angle EHD=180°-\angle EHI=180°-x$

由 ΔEDH 內角和 $180°$ 可列式

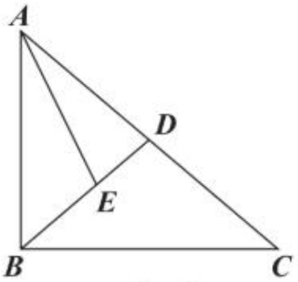
$60°+240°-x+180°-x=180° \Rightarrow 2x=300° \Rightarrow x=150°$

$\because$ 正 n 邊形內角為 $\dfrac{(n-2)\times180°}{n}$，可列式 $\dfrac{(n-2)\times180°}{n}=150° \Rightarrow n=12$

16. 如圖（七），ΔABC 中，$\angle ABC = 90°$，D 點為 $\overline{AC}$ 的中點，E 點在 $\overline{BD}$ 上，$\overline{AE}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線。若 $\angle C = 40°$，則 $\angle AEB$ 的度數為何？

A

(A) 105
(B) 110
(C) 115
(D) 120



圖（七）

$\because D$ 是 $\overline{AC}$ 中點且 ΔABC 為直角三角形，$\therefore D$ 是 ΔABC 的外心 $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{DC} \Rightarrow \angle DBC = \angle C = 40°$

因此 $\angle ABE = 50°$，$\because \angle A = 90° - \angle C = 50°$ 且 $\overline{AE}$ 為 $\angle A$ 的角平分線，$\therefore \angle BAE = 25°$

故 $\angle AEB = 180° - \angle ABE - \angle BAE = 105°$

17. 某國政府公布 **2023** 年的全國用電量為 **2700** 億度，並預估 **2024** ～ **2030** 年的全國用電量逐年增加，且每年增加的用電量為其前一年的 **2.5%**。根據預估，該國 **2030** 年的全國用電量為多少億度？

A

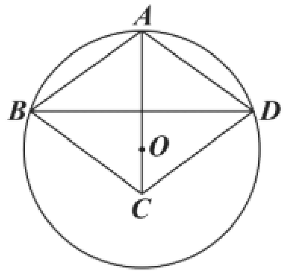
(A) $2700 \times (1.025)^7$
(B) $2700 \times (1.025)^8$
(C) $2700 + 7 \times 2700 \times 0.025$
(D) $2700 + 8 \times 2700 \times 0.025$

2024~2030 共過了 2030-2024+1 = 7 年，故 2030 的用電量為 $2700 \times (1 + 2.5\%)^7 = 2700 \times (1.025)^7$

18. 如圖（八），圓 O 與菱形 $ABCD$ 中，A、B、D 在圓上，C 在圓內，O 在 $\overline{AC}$ 上。若圓 O 的半徑為 13，$\overline{BD}=24$，則 $\overline{CO}$ 的長度為多少？

B

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5



圖（八）

設菱形對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 交於 M。菱形的對角線互相垂直且平分，所以 $\overline{BM}=12$，且 M 在 $\overline{AC}$ 上。因為 $\overline{OB}=13$：

$$\begin{aligned}\overline{OM} &= \sqrt{\overline{OB}^2-\overline{BM}^2}\\ &= \sqrt{13^2-12^2}\\ &= \sqrt{25}\\ &= 5\end{aligned}$$

由圖可知 A、M、O、C 共線，且 $\overline{AO}=13$，因此：

$$\overline{AM}=\overline{AO}-\overline{OM}=13-5=8$$

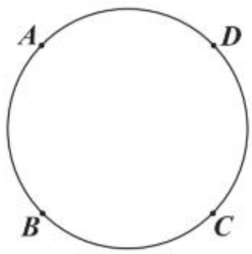
菱形對角線互相平分，所以 $\overline{CM}=\overline{AM}=8$。故：

$$\overline{CO}=\overline{CM}-\overline{OM}=8-5=3$$

19. 已知一圓上有 A、B、C、D 四點，其位置如圖（九）所示，其中 $\overset{\frown}{AB}=87°$，$\overset{\frown}{BC}=91°$，$\overset{\frown}{CD}=88°$，$\overset{\frown}{AD}=94°$。若在此圓上找兩點 E、F，使得四邊形 $ABEF$ 為長方形，則下列關於 E 點、F 點位置的敘述，何者正確？

D

(A) E 在 $\overset{\frown}{BC}$ 上，F 在 $\overset{\frown}{CD}$ 上
(B) E 在 $\overset{\frown}{BC}$ 上，F 在 $\overset{\frown}{AD}$ 上
(C) E 在 $\overset{\frown}{CD}$ 上，F 在 $\overset{\frown}{CD}$ 上
(D) E 在 $\overset{\frown}{CD}$ 上，F 在 $\overset{\frown}{AD}$ 上



圖（九）

長方形內接於圓時，對角線是圓的直徑。因此若四邊形 ABEF 是長方形，則 A 與 E 是一組對頂點，B 與 F 是另一組對頂點，也就是：

$$弧\ \overset{\frown}{AE}=180°$$
$$弧\ \overset{\frown}{BF}=180°$$

從 A 沿 A→B→C 方向：

$$弧\ \overset{\frown}{AB}+弧\ \overset{\frown}{BC}=87°+91°=178°$$

還差 2° 才到對面的 E，所以 E 在弧 $\widehat{CD}$ 上。

從 B 沿 B→C→D 方向：

$$弧\ \widehat{BC} + 弧\ \widehat{CD} = 91^\circ + 88^\circ = 179^\circ$$

還差 1° 才到對面的 F，所以 F 在弧 $\widehat{AD}$ 上。

20. 已知正整數 M 的因數中，除了 M 之外最大的因數是 $2^2 \times 11$，正整數 N 的因數中，除了 N 之外最大的因數是 3×13。甲、乙兩人提出以下看法：

C

【甲】8 一定是 M 的因數

【乙】9 一定是 N 的因數

對於甲、乙兩人的看法，下列判斷何者正確？

(A) 甲、乙皆正確

(B) 甲、乙皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確

一個正整數的最大真因數 = 該數除以它的最小質因數。

對 M 而言，最大真因數為 44。若 M = 44 × p，其中 p 是 M 的最小質因數。因為 44 已含有質因數 2，所以 p 只能是 2，否則 M 的最小質因數仍會是 2，最大真因數就不會是 44。故：

$$M = 44 \times 2 = 88$$

88 可被 8 整除，所以甲正確。

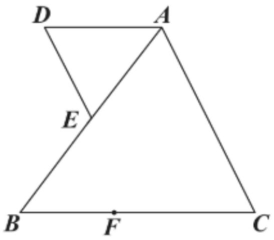
對 N 而言，最大真因數為 39。可能有：

$$N = 39 \times 2 = 78$$

此時最大真因數確實是 39，但 78 不能被 9 整除。因此 9 不一定是 N 的因數，乙錯誤。

D

21. 如圖(十)，ΔABC 與 ΔADE 中，D 點在 ΔABC 外，E 點在 $\overline{AB}$ 上，$\angle D=\angle DEA=\angle EAC=\angle C=65^\circ$。若 $\overline{BC}$ 上有一點 F，$\overline{AF}$ 與直線 DE 相交於 P 點，且 $\overline{BF}=5$，$\overline{FC}=8$，$\overline{BE}=6$，則 $\overline{AP}$ 與 $\overline{AF}$ 的長度比為何？
(A) $4:5$
(B) $5:6$
(C) $6:7$
(D) $7:8$



圖(十)

因為 $\angle EAC=65^\circ$ 且 E 在 $\overline{AB}$ 上，所以 $\angle BAC=65^\circ$。又 $\angle C=65^\circ$，所以 $\triangle ABC$ 中：

$$\angle A=\angle C=65^\circ$$
$$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=5+8=13$$

$\overline{BE}=6$，因此：

$$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=13-6=7$$

在 $\triangle ADE$ 中，$\angle D=\angle DEA=65^\circ$，所以 $\overline{AD}=\overline{AE}=7$，且：

$$\angle DAE=180^\circ-65^\circ-65^\circ=50^\circ$$

因為 $\angle DAE=\angle ABC$，且 $\overline{AE}$ 與 $\overline{AB}$ 在同一直線上，所以 $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$。因此 $\overline{AD}\parallel\overline{BF}$，且 $\overline{AD}=7$、$\overline{BF}=5$。

過 E 作 $\overline{GE}\parallel\overline{BF}$，交 $\overline{AF}$ 於 G。由於 $\overline{GE}\parallel\overline{BF}$，$\triangle AEG$ 與 $\triangle ABF$ 相似，所以：

$$\overline{AG}/\overline{AF}=\overline{AE}/\overline{AB}=7/13$$
$$\overline{GE}/\overline{BF}=\overline{AE}/\overline{AB}=7/13$$
$$\overline{GE}=5\times 7/13=35/13$$

又 $\overline{AD}\parallel\overline{GE}$，且 D、E、P 共線，A、G、P、F 共線，所以 $\triangle PAD$ 與 $\triangle PGE$ 相似：

$$\overline{AP}/\overline{PG}=\overline{AD}/\overline{GE}$$
$$=7/(35/13)$$
$$=13/5$$

因為 P 在 G 與 F 之間，所以：

$$\overline{AP}:\overline{PG}=13:5$$
$$\overline{AG}=\overline{AP}-\overline{PG}$$
$$\overline{AP}:\overline{AG}=13:8$$

又 $\overline{AG}/\overline{AF}=7/13$，因此：

$$\overline{AP}/\overline{AF}=(\overline{AP}/\overline{AG})\times(\overline{AG}/\overline{AF})$$
$$=(13/8)\times(7/13)$$
$$=7/8$$

所以 $\overline{AP}:\overline{AF}=7:8$。

22. 如圖(十一)，平行四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=20$，$\overline{AD}=21$。甲、乙兩人想找一點 P，使得 P 到 $\overline{BC}$ 的距離等於 P 到 $\overline{AD}$ 的距離，且 P 到 $\overline{AB}$ 的距離等於 P 到 $\overline{CD}$ 的距離，其作法如下：

C

【甲】連接 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$，兩線段相交於 P 點，則 P 即為所求

【乙】作 $\angle C$、$\angle D$ 的角平分線，兩直線相交於 P 點，則 P 即為所求

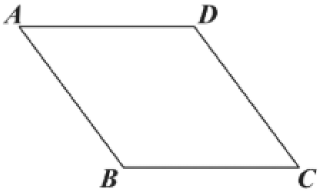
對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

(A) 甲、乙皆正確

(B) 甲、乙皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確



圖(十一)

平行四邊形的兩條對角線互相平分，交點是中心。中心到一組對邊的距離相等，也到另一組對邊的距離相等，所以甲的方法正確。

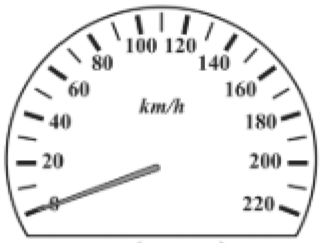
乙的方法中，P 在 $\angle C$ 的角平分線上，只能保證 P 到 $\overline{BC}$ 與 $\overline{CD}$ 的距離相等；P 在 $\angle D$ 的角平分線上，只能保證 P 到 $\overline{AD}$ 與 $\overline{CD}$ 的距離相等。這不會保證 P 到 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的距離相等。且本題 $\overline{AB} \neq \overline{AD}$，不是特殊的菱形情況，因此乙的方法不正確。

請閱讀下列選文後，回答 23 ～ 25 題

汽車上會安裝圖(十二)的時速錶，其功能是指示汽車當時的速率，但其指示的速率並不一定等於汽車的實際速率。已知法規規範車輛出廠時，時速錶的指示速率($V_{指}$)必須永不小於車輛的實際速率($V_{實}$)，且 $V_{指}$ 與 $V_{實}$ 應滿足下列關係：

$$V_{指} - V_{實} \leq \frac{V_{實}}{10} + 4$$

(皆以公里/小時為速率單位)



圖(十二)

而車輛的實際速率就是單位時間內車輛移動的距離，可以利用輪胎轉速與輪胎周長求出。輪胎轉速是指單位時間內輪胎旋轉多少圈，而輪胎周長等於輪胎旋轉一圈時車輛移動的距離，所以有下列關係式：

實際速率＝輪胎轉速 × 輪胎周長

上式的實際速率若要以公里/小時為單位，則輪胎轉速應以圈/小時為單位，輪胎周長應以公里為單位。

所以當車輛上的儀器測出輪胎轉速，配合儀器內設定的輪胎周長，就能得到時速錶上的指示速率，關係式如下：

指示速率＝儀器測出的輪胎轉速 × 儀器設定的輪胎周長

📖 圈/小時為轉速單位，表示每小時轉多少圈

23. 根據選文，時速錶符合法規的汽車行駛時，若指示速率為 **120** 公里/小時，則實際速率的最小值與最大值分別是多少公里/小時？(最小值用無條件進入法取概數到個位，最大值用無條件捨去法取概數到個位)

B

(A) 最小值 **105**，最大值 **120**
(B) 最小值 **106**，最大值 **120**
(C) 最小值 **120**，最大值 **136**
(D) 最小值 **120**，最大值 **137**

由 $V_{指} \geq V_{實}$ 得：$V_{實} \leq 120$

再由：$120 - V_{實} \leq V_{實}/10 + 4$

移項：

$$116 \leq 1.1V_{實}$$
$$V_{實} \geq 116/1.1$$
$$V_{實} \geq 105.4545\ldots$$

所以實際速率範圍為：

$$105.4545\ldots \leq V_{實} \leq 120$$

最小值無條件進入到個位為 106，最大值無條件捨去到個位為 120。

24. 根據選文，已知有一輛行駛中的汽車，其輪胎轉速為 x 圈 / 分鐘且輪胎周長為 **200** 公分。若此車的實際速率為 y 公里 / 小時，則 y 與 x 的關係為下列何者？

B

(A) $y = 0.002x$
(B) $y = 0.12x$
(C) $y = 200x$
(D) $y = 12000x$

📖 圈/分鐘為轉速單位，表示每分鐘轉多少圈

200 公分 ＝2 公尺 ＝0.002 公里。x 圈/分鐘換成每小時為 60x 圈/小時。

y ＝ 輪胎轉速 × 輪胎周長
＝ 60x × 0.002
＝ 0.12x

25. 根據選文，已知原本甲、乙兩輛車上儀器測出的輪胎轉速跟實際的輪胎轉速相等，兩車儀器設定的輪胎周長也與當時兩車安裝的輪胎周長相等。後來甲的儀器發生故障，導致儀器測出的輪胎轉速比實際的輪胎轉速更高，而乙更換輪胎，新輪胎周長比原本的更小，但儀器設定的仍是原本輪胎周長。若甲、乙此時皆以 **60** 公里 / 小時的指示速率行駛，且甲、乙的實際速率分別為 p 公里 / 小時、q 公里 / 小時，則下列關係何者正確？

D

(A) $p > 60$，$q > 60$
(B) $p > 60$，$q < 60$
(C) $p < 60$，$q > 60$
(D) $p < 60$，$q < 60$

甲車的指示速率使用「偏高的測得轉速 × 正確輪胎周長」。因為測得轉速比實際轉速高，在指示速率固定為 60 時，實際速率會小於 60，所以 p＜60。

乙車的指示速率使用「實際轉速 × 原本較大的輪胎周長」。但新輪胎周長較小，所以實際行駛距離較儀器估計少；在指示速率固定為 60 時，實際速率也會小於 60，所以 q＜60。

第二部分：非選擇題 (1 ～ 2 題)

1. 阿川想要挑戰一場馬拉松賽事，並在賽前訓練自己的體能。他決定利用每圈 **400** 公尺的跑道訓練，並訂定了訓練計畫如下：每週星期一、四訓練，第一週的星期一跑 **5** 圈，每週星期四的訓練圈數比當週星期一多 **2** 圈，之後每週星期一的訓練圈數與前一週的星期四相同，直到某日的訓練距離超過 **15** 公里，就維持該圈數不再增加。
請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：
(1) 依照訓練計畫，阿川第 **2** 週的星期四的訓練圈數為幾圈？
(2) 承 (1)，最早從第幾週的星期幾開始，當日的訓練距離會超過 **15** 公里？

(1)

第 1 週星期一為 5 圈，所以第 1 週星期四為：

5 + 2 = 7 圈

第 2 週星期一與前一週星期四相同，所以第 2 週星期一為 7 圈。第 2 週星期四再多 2 圈：

7 + 2 = 9 圈

(2)

15 公里 ＝15000 公尺。每圈 400 公尺，所以超過 15 公里代表：

圈數 × 400 ＞ 15000
圈數 ＞ 37.5

因此至少要跑 38 圈才會超過 15 公里。

觀察訓練圈數：

第 1 週一：5，第 1 週四：7
第 2 週一：7，第 2 週四：9
第 3 週一：9，第 3 週四：11

可知第 n 週星期一為：

$$5 + 2(n - 1) = 2n + 3$$

第 n 週星期四為：

$$2n + 3 + 2 = 2n + 5$$

找最早超過 37.5 圈的訓練日：

星期一：

$$\begin{aligned} 2n + 3 &> 37.5 \\ 2n &> 34.5 \\ n &> 17.25 \end{aligned}$$

星期一最早是第 18 週。

星期四：

$$\begin{aligned} 2n + 5 &> 37.5 \\ 2n &> 32.5 \\ n &> 16.25 \end{aligned}$$

星期四最早是第 17 週。

比較兩者，最早為第 17 週星期四。此時圈數為：

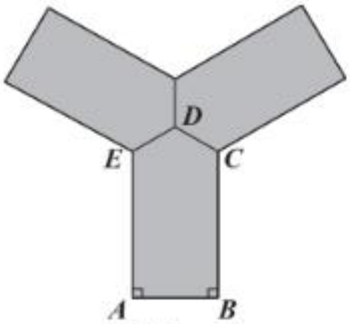
$2 \times 17 + 5 = 39$ 圈

距離：

$39 \times 400 = 15600$ 公尺 $= 15.6$ 公里

2. 某場館有一組由三個相同的五邊形沙發緊密拼成的 Y 字型沙發椅，如圖（十三）所示，其俯視圖如圖（十四）所示，其中 $\overline{AB}$ 為 90 公分，$\overline{BC}$、$\overline{AE}$ 皆為 130 公分，$\overline{CD}=\overline{DE}$，$\angle A=\angle B=90^\circ$，且 D 為 Y 字型沙發椅的中心點。


圖（十三）

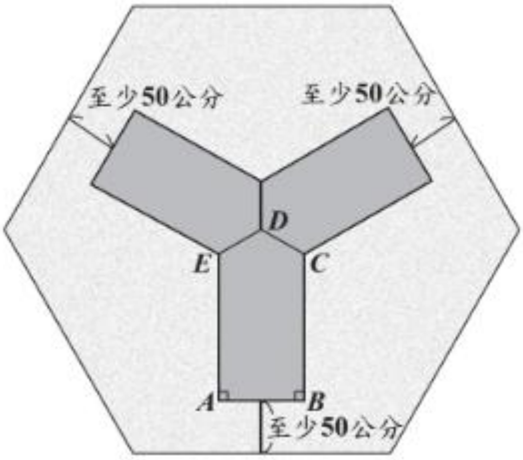


圖（十四）

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋。

(1) 求圖（十四）中 $\angle CDE$ 的度數為何？

(2) 今想訂製一塊正六邊形的地毯，並將 Y 字型沙發椅放置在上面，其中正六邊形地毯的對角線交點與 D 點重合，擺放時 $\overline{AB}$ 與地毯的一邊平行且至少相距 50 公分，如圖（十五）所示，則地毯的邊長至少需要多少公分？（以根式呈現）



圖（十五）

(1)

三個相同五邊形在 D 點緊密拼合成一圈，沒有重疊也沒有空隙。因此三個相同的 $\angle CDE$ 會剛好合成 360°：

$$\begin{aligned}3\times\angle CDE&=360^\circ\\ \angle CDE&=120^\circ\end{aligned}$$

(2)

先求 D 到 $\overline{AB}$ 的垂直距離。

因為 $\angle A=\angle B=90^\circ$，且 $\overline{AE}=\overline{BC}=130$，所以 E、C 在 $\overline{AB}$ 上方同高處，且：

$$\overline{CE}=\overline{AB}=90$$

又 $\overline{CD}=\overline{DE}$，所以 $\triangle CDE$ 是等腰三角形。由 (1) 知 $\angle CDE=120^\circ$。設 M 為 $\overline{CE}$ 中點，則：

$$\overline{CM} = EM = 45$$
$$\angle CDM = \angle MDE = 60^\circ$$

在直角三角形 DMC 中，$\angle CDM = 60^\circ$、$\angle DCM = 30^\circ$，所以它是 30°-60°-90° 直角三角形。此時 30° 所對的邊 $\overline{DM}$ 是斜邊 $\overline{DC}$ 的一半。設：

$$\overline{DM} = x$$
$$\overline{DC} = 2x$$

由畢氏定理：

$$\overline{DC}^2 = \overline{DM}^2 + \overline{CM}^2$$
$$(2x)^2 = x^2 + 45^2$$
$$4x^2 = x^2 + 2025$$
$$3x^2 = 2025$$
$$x^2 = 675$$
$$x = 15\sqrt{3}$$

所以 $\overline{DM} = 15\sqrt{3}$。因此 D 到 $\overline{CE}$ 的距離為 $15\sqrt{3}$，而 $\overline{CE}$ 到 $\overline{AB}$ 的距離為 130，所以：

$$\text{D 到 } \overline{AB} \text{ 的距離} = 130 + 15\sqrt{3}$$

題目要求 $\overline{AB}$ 與地毯的一邊平行且至少相距 50 公分，所以正六邊形中心 D 到該邊的距離，也就是正六邊形的內切圓半徑 r，至少要：

$$r = 130 + 15\sqrt{3} + 50$$
$$= 180 + 15\sqrt{3}$$

若正六邊形邊長為 s，則其內切圓半徑為：

$$r = (\sqrt{3}/2)s$$

所以：

$$(\sqrt{3}/2)s = 180 + 15\sqrt{3}$$
$$s = 2(180 + 15\sqrt{3})/\sqrt{3}$$
$$= 360/\sqrt{3} + 30$$
$$= 120\sqrt{3} + 30$$

參考公式：

- 和的平方公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

  差的平方公式：$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

  平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- 若直角三角形兩股長為 a、b，斜邊長為 c，則 $c^2=a^2+b^2$
- 若圓的半徑為 r，圓周率為 π，則圓面積 $=\pi r^2$，圓周長 $=2\pi r$
- 凸 n 邊形的內角和為 $(n-2)\times 180°$，$n\geq 3$
- 若一個等差數列的首項為 a_1，公差為 d，第 n 項為 a_n，前 n 項和為 S_n，

  則 $a_n=a_1+(n-1)d$，$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$
- 若一個等比數列的首項為 a_1，公比為 r，第 n 項為 a_n，則 $a_n=a_1r^{n-1}$
- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的解為 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$